

L'algèbre relationnelle

Comment on calcule les relation

Définitions

- Les opérateurs sur relations
- **Convention**
On note $A(X)$ (All) l'ensemble de toutes les affectations du schéma de relation X . On note L/Y la restriction de l'affectation L aux attributs de Y .
- Opérateurs
 - projection, sélection, opérateurs ensemblistes, jointures, division
- Exemple
 - $D1 = \{ \text{écrou, boulon, vis, clou} \}$
 - $D2 = \{ \text{pierre, paul, alicé} \}$
 - $D3 = \{ a, b, c \}$

L'opérateur de projection

- Soient X un schéma et Y une partie de X . La projection sur $Y \subset X$ d'une relation $R(X)$ est la relation, $\pi_Y R(X)$
 - (1) $Z = Y$
 - (2) $\pi_Y R(X) = \{ L \in A(Y) : \exists L' \in A(X), (L'/Y = L) \wedge (L' \in R) \}$

R :

PIECE	FOURNISS	PROJET
écrou	paul	a
écrou	paul	b
boulon	pierre	a

$Y = \{ \text{PIECE:D1, FOURNISSEUR:D2} \}$

$\pi_Y R(X)$:

PIECE	FOURNISS
écrou	paul
boulon	pierre

L'opérateur de sélection (restriction)

- Une condition de sélection est une formule logique construite sur les attributs d'un schéma X à l'aide des connecteurs suivant : $\wedge, \vee, \neg, =, >, <, \geq, \leq, \neq$. La sélection sur une relation $R(X)$ suivant une condition de sélection E est la relation $S(Y) = \sigma_E R(X)$ définie par

(1) $Y = X$

(2) $S(Y) = \sigma_E R(X) = \{ L \in A(X) / (L \in R) \text{ et } (E(L) = \text{vrai}) \}$

R :

CLASSE	NOM	VILLE	NAIS	SPORT
6	pierre	marseille	11.10.79	judo
6	pierre	marseille	11.10.79	escrime
6	jacques	aubagne	05.03.78	natation
6	paul	marseille	06.07.79	football
5	luc	aubagne	01.04.77	football

$E = (\text{VILLE} = \text{'marseille'}) \wedge (\text{NAIS} \leq \text{'31.08.79'}) \wedge ((\text{SPORT} = \text{'judo'}) \vee (\text{SPORT} = \text{'football'}))$

$\sigma_E R(X)$

CLASSE	NOM	VILLE	NAIS	SPORT
6	paul	marseille	06.07.79	football

Rebaptiser (renommer)

- Changer le nom d'attribut, sans changer le domaine ou la sémantique. $S(Y) = \rho_{b/a}R(X)$
 - $Y = X$ où l'attribut a est nommé b
 - $S(Y) = R(X)$

PIECE	FOURNISS
écrou	pierre
écrou	paul
boulon	alice

PI	FOURNISS
écrou	pierre
écrou	paul
boulon	alice

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

5

Opérateurs sur ensembles

- Union $A \cup B$
- Intersection $A \cap B$
- Différence $A - B$
- Produit cartésien $A \otimes B$
- Jointures
- Division $A \div B$ ou A/B

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

6

Opérateurs sur ensembles

- Soient $R(X)$ et $S(X)$ deux relations définies sur le même schéma.
 - $Y = X$
 - $T = R \cup S = \{L \in A(X) : L \in R \vee L \in S\}$
 - $T = R \cap S = R * S = \{L \in A(X) : (L \in R) \wedge (L \in S)\}$
 - $R - S = \{L \in A(X) : (L \in R) \wedge (L \notin S)\}$
 - $\neg R = \{L \in A(X) : (L \notin R)\}$

PIECE	FOURNISS
écrou	pierre
écrou	paul
boulon	alice

PIECE	FOURNISS
écrou	pierre
boulon	pierre
boulon	alice

PIECE	FOURNISS
écrou	pierre
écrou	paul
boulon	alice
boulon	pierre

PIECE	FOURNISS
écrou	pierre
boulon	alice

PIECE	FOURNISS
boulon	pierre

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

7

Produit cartésien

X et Y n'ont aucun attribut en commun. $r :$

(1) $Z = X \cup Y$

(2) $R \otimes S = \{L \in A(Z) : L/X \in R \wedge L/Y \in S\}$

Dans le cas où les schémas X et Y ont des attributs communs, il est toujours possible de se ramener à l'hypothèse en rebaptisant des attributs.

$T = \rho_{PI/PIECE}R$

PIECE	PROJET
écrou	a
écrou	b
boulon	a

PI	FOURNISS
écrou	pierre
écrou	paul
boulon	alice

PI	FOURNISS	PIECE	PROJET
écrou	pierre	écrou	a
écrou	paul	écrou	a
boulon	alice	écrou	a
écrou	pierre	écrou	b
écrou	paul	écrou	b
boulon	alice	écrou	b
écrou	pierre	boulon	a
écrou	paul	boulon	a
boulon	alice	boulon	a

PIECE	FOURNISS
écrou	pierre
écrou	paul
boulon	alice

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

8

Jointures

- Θ - jointure

Soient deux relations R(X) et S(Y) qui n'ont en commun aucun attribut. Soient X1 un attribut de X et Y1 un attribut de Y tels que X1 et Y1 aient même domaine. Soit Θ un opérateur de comparaison (=, <, >, ≤, ≥, ≠).

(1) $Z = X \cup Y$

(2) $R \bowtie_{X1\Theta Y1} S = \{L \in A(Z) : L/X \in R \text{ et } L/Y \in S \wedge (X1 \Theta Y1)(L) = \text{vrai}\}$

ou encore $R \bowtie_{X1\Theta Y1} S = \sigma_{X1\Theta Y1}(R \otimes S)$

R :	A	B	C		S :	D	E		R $\bowtie_{B \neq D}$ S :	A	B	C	D	E
	9	8	7			3	4			3	2	1	3	4
	6	5	4			5	6			3	2	1	5	6
	3	2	1							6	5	4	5	6

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

9

Jointures

- Equi-jointure (Θ est "=")

R :	PIECE	FOURNISS		T $\bowtie_{PI=PIECE} S$	PI	FOURNISS	PIECE	PROJET
	écrou	pierre			écrou	pierre	écrou	a
	écrou	paul			écrou	pierre	écrou	b
	boulon	alice			écrou	paul	écrou	a
S :	PIECE	PROJET			écrou	paul	écrou	b
	écrou	a			boulon	alice	boulon	a
	écrou	b						
	boulon	a						
T=	PI	FOURNISS						
$\rho_{PI/PIECE} R$	écrou	pierre						
	écrou	paul						
	boulon	alice						

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

10

Jointures

- Jointure naturelle

Soient R(X) et S(Y) deux relations (les attributs communs éventuels étant munis des mêmes domaines).

(1) $Z = X \cup Y$

(2) $R \bowtie S = \{L \in A(Z) : (L/X \in R) \wedge (L/Y \in S)\}$

R :	PIECE	FOURNISS		T \bowtie S	PIECE	FOURNISS	PROJET
	écrou	pierre			écrou	pierre	a
	écrou	paul			écrou	pierre	b
	boulon	Alice			écrou	paul	a
	clou	alice			écrou	paul	b
S :	PIECE	PROJET			boulon	alice	c
	écrou	a					
	écrou	b					
	boulon	c					
	vis	d					

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

11

Jointures

- Jointure naturelle

If $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\} = X \cap Y, X_1 = \{a_1, a_2, \dots, a_n\} =$

$= X - Y, Y_1 = \{b_1, b_2, \dots, b_l\} = Y - X.$

$T = \rho_{X_1/c_1, \dots, X_m/c_m} S, P = \sigma_{X_1=c_1 \wedge X_2=c_2 \wedge \dots \wedge X_m=c_m} (R \otimes T) = R \triangleright \triangleleft_{X_1=c_1 \wedge X_2=c_2 \wedge \dots \wedge X_m=c_m} T$

$R \triangleright \triangleleft S = \pi_{c_1, c_2, \dots, c_m, a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_l} P$

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

12

Jointures

- Semijointures (\bowtie , \ltimes) $T(Z) = R(X) S(Y)$, $U(W) = RS$

(1) $Z=X, W=Y$

(2) $T = R \bowtie S = \pi_X R \bowtie S$

(3) $U = R \ltimes S = \pi_Y R \ltimes S$

R :	PIECE	FOURNISS
	écrou	pierre
	écrou	paul
	boulon	Alice
	clou	alice

S :	PIECE	PROJET
	écrou	a
	écrou	b
	boulon	c
	vis	d

$R \bowtie S$	PIECE	FOURNISS
	écrou	pierre
	écrou	paul
	boulon	alice

$R \ltimes S$	PIECE	PROJET
	écrou	a
	écrou	b
	boulon	a

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

13

Jointures

- Antijointure – le complément de la jointure

(1) $Z=X$

(2) $R \triangleright S = \{L \in A(X) : (L \in R) \wedge (L/Y \notin S)\} = R - R \bowtie S$

R :	PIECE	FOURNISS
	écrou	pierre
	écrou	paul
	boulon	Alice
	clou	alice

S :	PIECE	PROJET
	écrou	a
	écrou	b
	boulon	c
	vis	d

$R \triangleright S$	PIECE	FOURNISS
	clou	alice

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

14

Division

- Le résultat est une relation dont les attributs sont ces qui sont unique en R et les tuples sont ce pour lesquels tous les combinaisons avec les tuples de S sont présents en R

(1) $Z=X-Y, S \neq \emptyset, Y \subseteq X$.

(2) $R \div S = \{L \in A(Z) : \forall L' \in A(X) \text{ si } (L'/Z = L) \text{ et } (L'/Y \in S) \text{ alors } L' \in R\}$

ou encore $R \div S = \pi_Z R - \pi_Z((S \otimes \pi_Z R) - R)$

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

15

Division

R :	PIECE	FOURNISS
	vis	pierre
	boulon	paul
	écrou	pierre
	vis	paul
	boulon	pierre
	boulon	alice

S :	PIECE
	vis
	boulon

$R \div S$:	FOURNISS
	pierre
	paul

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

16

Propriétés des opérateurs

- idempotence de la somme : $R+R = R$
- idempotence du produit : $R^*R = R$
- associativité de la somme : $R+(S+T) = (R+S)+T$
- associativité du produit : $R^*(S^*T) = (R^*S)^*T$
- commutativité de la somme : $R+S = S+R$
- commutativité du produit : $R^*S = S^*R$
- distributivité de la somme par rapport au produit :
 $R+(S^*T) = (R+S)^*(R+T)$
- distributivité du produit par rapport à la somme :
 $R^*(S+T) = (R^*S)+(R^*T)$
- relation entre le complément, la somme et le produit :
 $\neg(R+S) = \neg R^*\neg S$
 $\neg(R^*S) = \neg R+\neg S$

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

17

Exemple de composition

AVION :	#AV	AVNOM	CAP	LOC	PILOTE :	#PL	PLNOM	ADR
	100	airbus	300	nice		1	serge	nice
	101	airbus	300	paris		2	jean	paris
	102	carav	200	toulouse		3	claud	grenoble

VOL :	#VOL	#PL	#AV	VD	VA	HD	HA
	it100	1	100	nice	paris	7	8
	it101	2	100	paris	toulouse	11	12
	it102	1	101	paris	nice	12	13
	it103	3	102	grenoble	toulouse	9	11
	it104	3	101	toulouse	grenoble	17	18

Quels sont les noms des pilotes qui conduisent tous les types d'avions ?

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

18

Exemple de composition

- $R1 = \pi_{AVNOM, \#PL}(\pi_{\#AV, AVNOM} AVION \bowtie \pi_{\#VOL, \#PL} VOL) \div \pi_{AVNOM} AVION$
- $R2 = \pi_{PLNOM}(\pi_{\#PL, PLNOM} PILOTE \bowtie R1)$

01 :	#AV	AVNOM	02 :	#PL	#AV	03 :	PL#	AV#	AVNOM	04 :	PL#	AVNOM
	100	airbus		1	100		1	100	airbus		1	airbus
	101	airbus		2	101		2	100	airbus		2	airbus
	102	carav		1	101		1	101	airbus		3	carav
				3	102		3	102	carav		3	airbus
				3	101		3	101	airbus			

05 :	AVNOM	R1 :	PL#	07 :	#PL	PLNOM	08 :	PL#	PLNOM
	airbus		3		1	serge		3	claud
	carav				2	jean			
					3	claud			

R2 :	PLNOM
	claud

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

19

Les valeurs inconnues

- ω - c'est une valeur qui n'est pas déterminée. Soit elle n'existe pas, soit elle n'est pas connue.

\wedge	VRAI	FAUX	INDÉFINI
VRAI	VRAI	FAUX	INDÉFINI
FAUX	FAUX	FAUX	FAUX
INDÉFINI	INDÉFINI	FAUX	INDÉFINI

\neg	
VRAI	FAUX
FAUX	VRAI
INDÉF.	INDÉF.

\vee	VRAI	FAUX	INDÉFINI
VRAI	VRAI	VRAI	VRAI
FAUX	VRAI	FAUX	INDÉFINI
INDÉFINI	VRAI	INDÉFINI	INDÉFINI

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

20

La jointure externe

- Soient deux relations $R(X)$ et $S(Y)$ qui n'ont en commun aucun attribut. Soient X_1 un attribut de X et Y_1 un attribut de Y tels que X_1 et Y_1 aient même domaine. Soit θ un opérateur de comparaison ($=, <, >, \leq, \geq, \neq$).

(1) $Z = X \bowtie Y$

(2) $R \bowtie_{X_1 \theta Y_1} S = T \cup ((R - \pi_{X_1} T) \otimes \Omega(Y))$ où $T = R \bowtie_{X_1 \theta Y_1} S$

(3) $R \bowtie_{X_1 \theta Y_1} S = T \cup ((S - \pi_{Y_1} T) \otimes \Omega(X))$ où $T = R \bowtie_{X_1 \theta Y_1} S$

(4) $R \bowtie_{X_1 \theta Y_1} S = R \bowtie_{X_1 \theta Y_1} S \cup R \bowtie_{X_1 \theta Y_1} S$

La jointure externe (Outer Join)

- Exemple

R :	PI:D1
	écrou
	boulon
	vis

S :	PI_F:D1	FOUR:D2
	écrou	alice
	boulon	Paul
	clou	pierre

$R \bowtie_{PI=PI_F} S :$	PI:D1	PI_F:D1	FOUR:D2
	écrou	écrou	alice
	boulon	boulon	paul
	vis	\emptyset	\emptyset

$R \bowtie_{PI=PI_F} S :$	PI:D1	PI_F:D1	FOUR:D2
	écrou	écrou	alice
	boulon	boulon	paul
	\emptyset	clou	pierre

$R \bowtie_{PI=PI_F} S :$	PI:D1	PI_F:D1	FOUR:D2
	écrou	écrou	alice
	boulon	boulon	paul
	vis	\emptyset	\emptyset
	\emptyset	clou	pierre

Calculs sur domaines

- Extension
- Agrégation
 - Sum,
 - Count,
 - Average,
 - Max, Min

R	Article	Prix	quant
	Clou	8.00	200
	boulon	12.00	100
	ecrou	12.00	120

$S = \pi_{\text{Article}, e(\text{Prix} * \text{quant}) \text{ as Total}} R$	Article	Total
	Clou	1600.00
	boulon	1200.00
	ecrou	1440.00

$\text{Sum}(\pi_{\text{Total}} S)$	Total
	4240.00

Exemple

*EMPLOYEES(*Number, Name, Age, Salary)
*SUPERVISION(*Head, Employee)

EMPLOYEES

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Bianchi	23	35
104	Luigi Neri	38	61
105	Nico Bini	44	38
210	Marco Celli	49	60
231	Siro Bisi	50	60
252	Nico Bini	44	70
301	Steve Smith	34	70
375	Mary Smith	50	65

SUPERVISION

Head	Employee
210	101
210	103
210	104
231	105
301	210
301	231
375	252

Requêtes

1. Trouvez les numéros, les noms et l'âge des employés qui ont un salaire au-dessus de 40 mille.

$\pi_{\text{Number,Name,Age}}(\sigma_{\text{Salary} \geq 40}(\text{EMPLOYEES}))$

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Bianchi	23	35
104	Luigi Neri	38	61
105	Nico Bini	44	38
210	Marco Celli	49	60
231	Siro Bisi	50	60
252	Nico Bini	44	70
301	Steve Smith	34	70
375	Mary Smith	50	65

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

25

Requêtes

1. Trouvez les numéros, les noms et l'âge des employés qui ont un salaire au-dessus de 40 mille.

$\pi_{\text{Number,Name,Age}}(\sigma_{\text{Salary} \geq 40}(\text{EMPLOYEES}))$

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
104	Luigi Neri	38	61
210	Marco Celli	49	60
231	Siro Bisi	50	60
252	Nico Bini	44	70
301	Steve Smith	34	70
375	Mary Smith	50	65

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

26

Requêtes

1. Trouvez les numéros, les noms et l'âge des employés qui ont un salaire au-dessus de 40 mille.

$\pi_{\text{Number,Name,Age}}(\sigma_{\text{Salary} \geq 40}(\text{EMPLOYEES}))$

Number	Name	Age
101	Mary Smith	34
104	Luigi Neri	38
210	Marco Celli	49
231	Siro Bisi	50
252	Nico Bini	44
301	Steve Smith	34
375	Mary Smith	50

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

27

Requêtes

2. Trouver les chefs qui ont des subordonnés qui ont grand salaires (au dessus de 40)

$\pi_{\text{Head}}(\text{SUPRVISION} \bowtie \sigma_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \geq 40}(\text{EMPLOYEES})))$

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Bianchi	23	35
104	Luigi Neri	38	61
105	Nico Bini	44	38
210	Marco Celli	49	60
231	Siro Bisi	50	60
252	Nico Bini	44	70
301	Steve Smith	34	70
375	Mary Smith	50	65

Head	Employee
210	101
210	103
210	104
231	105
301	210
301	231
375	252

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

28

Requêtes

2. Trouver les chefs qui ont des subordonnés qui ont grand salaires (au dessus de 40)

$\pi_{\text{Head}}(\text{SUPRVISION} \bowtie \leftarrow_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \geq 40}(\text{EMPLOYEES})))$

Number	Name	Age	Salary	Head	Employee
101	Mary Smith	34	40	210	101
104	Luigi Neri	38	61	210	103
210	Marco Celli	49	60	210	104
231	Siro Bisi	50	60	231	105
252	Nico Bini	44	70	301	210
301	Steve Smith	34	70	301	231
375	Mary Smith	50	65	375	252

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

29

Requêtes

2. Trouver les chefs qui ont des subordonnés qui ont grand salaires (au dessus de 40)

$\pi_{\text{Head}}(\text{SUPRVISION} \bowtie \leftarrow_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \geq 40}(\text{EMPLOYEES})))$

Number	Name	Age	Salary	Head	Employee
101	Mary Smith	34	40	210	101
104	Luigi Neri	38	61	210	104
210	Marco Celli	49	60	301	210
231	Siro Bisi	50	60	301	231
252	Nico Bini	44	70	375	252

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

30

Requêtes

2. Trouver les chefs qui ont des subordonnés qui ont grand salaires (au dessus de 40)

$\pi_{\text{Head}}(\text{SUPRVISION} \bowtie \leftarrow_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \geq 40}(\text{EMPLOYEES})))$

Head
210
210
301
301
375

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

31

Requêtes

2. Trouver les chefs qui ont des subordonnés qui ont grand salaires (au dessus de 40)

$\pi_{\text{Head}}(\text{SUPRVISION} \bowtie \leftarrow_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \geq 40}(\text{EMPLOYEES})))$

Head
210
301
375

B.Shishedjiev - Algèbre relationnelle

32

Requêtes

3. Trouvez tous les chefs (leurs noms et salaires)

$$\pi_{\text{NameH, SalaryH}}(\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{NumberH=Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \triangleleft_{\text{Employee=Number}}(\text{EMPLOYEES})))$$

Number	Name	Age	Salary	Head	Employee
101	Mary Smith	34	40	210	101
103	Mary Bianchi	23	35	210	103
104	Luigi Neri	38	61	210	104
105	Nico Bini	44	38	231	105
210	Marco Celli	49	60	301	210
231	Siro Bisi	50	60	301	231
252	Nico Bini	44	70	375	252
301	Steve Smith	34	70		
375	Mary Smith	50	65		

33

Requêtes

3. Trouvez tous les chefs (leurs noms et salaires)

$$\pi_{\text{NameH, SalaryH}}(\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{NumberH=Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \triangleleft_{\text{Employee=Number}}(\text{EMPLOYEES})))$$

Number	Name	Age	Salary	Head	Employee
101	Mary Smith	34	40	210	101
103	Mary Bianchi	23	35	210	103
104	Luigi Neri	38	61	210	104
105	Nico Bini	44	38	231	105
210	Marco Celli	49	60	301	210
231	Siro Bisi	50	60	301	231
252	Nico Bini	44	70	375	252

34

3. Trouvez tous les chefs (leurs noms et salaires)

$$\pi_{\text{NameH, SalaryH}}(\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{NumberH=Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \triangleleft_{\text{Employee=Number}}(\text{EMPLOYEES})))$$

NumberH	NameH	AgeH	SalaryH
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Bianchi	23	35
104	Luigi Neri	38	61
105	Nico Bini	44	38
210	Marco Celli	49	60
231	Siro Bisi	50	60
252	Nico Bini	44	70
301	Steve Smith	34	70
375	Mary Smith	50	65

35

Requêtes

3. Trouvez tous les chefs (leurs noms et salaires)

$$\pi_{\text{NameH, SalaryH}}(\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{NumberH=Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \triangleleft_{\text{Employee=Number}}(\text{EMPLOYEES})))$$

Number	Name	Age	Salary	Head	Employee	NumberH	NameH	AgeH	SalaryH
101	Mary Smith	34	40	210	101	210	Marco Celli	49	60
103	Mary Bianchi	23	35	210	103	210	Marco Celli	49	60
104	Luigi Neri	38	61	210	104	210	Marco Celli	49	60
105	Nico Bini	44	38	231	105	231	Siro Bisi	50	60
210	Marco Celli	49	60	301	210	301	Steve Smith	34	70
231	Siro Bisi	50	60	301	231	301	Steve Smith	34	70
252	Nico Bini	44	70	375	252	375	Mary Smith	50	65

36

Requêtes

3. Trouvez tous les chefs (leurs noms et salaires)

$$\pi_{\text{NameH, SalaryH}}(\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{NumberH=Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \triangleleft_{\text{Employee=Number}}(\text{EMPLOYEES})))$$

NameH	SalaryH
Marco Celli	60
Marco Celli	60
Marco Celli	60
Siro Bisi	60
Steve Smith	70
Steve Smith	70
Mary Smith	65

37

Requêtes

3. Trouvez tous les chefs (leurs noms et salaires)

$$\pi_{\text{NameH, SalaryH}}(\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{NumberH=Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \triangleleft_{\text{Employee=Number}}(\text{EMPLOYEES})))$$

NameH	SalaryH
Marco Celli	60
Siro Bisi	60
Steve Smith	70
Mary Smith	65

38

Requêtes

4. Trouver les employés qui gagnent plus que leur chefs

$$\pi_{\text{Number, name, Salary, Numberh, nameH, SalaryH}}(\sigma_{\text{Salary} > \text{SalaryH}}(\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{NumberH=Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \triangleleft_{\text{Employee=Number}}(\text{EMPLOYEES}))))$$

Number	Name	Age	Salary	Head	Employee	NumberH	NameH	AgeH	SalaryH
101	Mary Smith	34	40	210	101	210	Marco Celli	49	60
103	Mary Bianchi	23	35	210	103	210	Marco Celli	49	60
104	Luigi Neri	38	61	210	104	210	Marco Celli	49	60
105	Nico Bini	44	38	231	105	231	Siro Bisi	50	60
210	Marco Celli	49	60	301	210	301	Steve Smith	34	70
231	Siro Bisi	50	60	301	231	301	Steve Smith	34	70
252	Nico Bini	44	70	375	252	375	Mary Smith	50	65

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

39

Requêtes

4. Trouver les employés qui gagnent plus que leur chefs

$$\pi_{\text{Number, name, Salary, Numberh, nameH, SalaryH}}(\sigma_{\text{Salary} > \text{SalaryH}}(\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{NumberH=Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \triangleleft_{\text{Employee=Number}}(\text{EMPLOYEES}))))$$

Number	Name	Age	Salary	Head	Employee	NumberH	NameH	AgeH	SalaryH
104	Luigi Neri	38	61	210	104	210	Marco Celli	49	60
252	Nico Bini	44	70	375	252	375	Mary Smith	50	65

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

40

Requêtes

4. Trouver les employés qui gagnent plus que leur chefs

$$\pi_{\text{Number, name, Salary, NumberH, NameH, SalaryH}} (\sigma_{\text{Salary} > \text{SalaryH}} (P_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}} (\text{EMPLOYEES}) \triangleright \leftarrow_{\text{NumberH=Head}} (\text{SUPERVISION} \triangleright \leftarrow_{\text{Employee=Number}} (\text{EMPLOYEES}))))))$$

Number	Name	Salary	NumberH	NameH	SalaryH
104	Luigi Neri	61	210	Marco Celli	60
252	Nico Bini	70	375	Mary Smith	65

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

41

Requêtes

5. Trouver les chefs dont tous les employés gagnent plus de 40 mille

$$- \pi_{\text{Number, Name}} (\text{EMPLOYEES} \triangleright \leftarrow_{\text{Number=Head}} (\pi_{\text{Head}} (\text{SUPERVISION}) - (\pi_{\text{Head}} (\text{SUPERVISION} \triangleright \leftarrow_{\text{Employee=Number}} (\sigma_{\text{Salary} \leq 40} (\text{EMPLOYEES}))))))$$

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Bianchi	23	35
104	Luigi Neri	38	61
105	Nico Bini	44	38
210	Marco Celli	49	60
231	Siro Bisi	50	60
252	Nico Bini	44	70
301	Steve Smith	34	70
375	Mary Smith	50	65

Head	Employee
210	101
210	103
210	104
231	105
301	210
301	231
375	252

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

42

Requêtes

5. Trouver les chefs dont tous les employés gagnent plus de 40 mille

$$- \pi_{\text{Number, Name}} (\text{EMPLOYEES} \triangleright \leftarrow_{\text{Number=Head}} (\pi_{\text{Head}} (\text{SUPERVISION}) - (\pi_{\text{Head}} (\text{SUPERVISION} \triangleright \leftarrow_{\text{Employee=Number}} (\sigma_{\text{Salary} \leq 40} (\text{EMPLOYEES}))))))$$

Head	Employee
210	101
210	103
210	104
231	105
301	210
301	231
375	252

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Bianchi	23	35
105	Nico Bini	44	38

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

43

Requêtes

5. Trouver les chefs dont tous les employés gagnent plus de 40 mille

$$- \pi_{\text{Number, Name}} (\text{EMPLOYEES} \triangleright \leftarrow_{\text{Number=Head}} (\pi_{\text{Head}} (\text{SUPERVISION}) - (\pi_{\text{Head}} (\text{SUPERVISION} \triangleright \leftarrow_{\text{Employee=Number}} (\sigma_{\text{Salary} \leq 40} (\text{EMPLOYEES}))))))$$

Number	Name	Age	Salary	Head	Employee
101	Mary Smith	34	40	210	101
103	Mary Bianchi	23	35	210	103
105	Nico Bini	44	38	231	105

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

44

Requêtes

5. Trouver les chefs dont tous les employés gagnent plus de 40 mille

- $\pi_{\text{Number, Name}}(\text{EMPLOYEES} \triangleright \leftarrow_{\text{Number=Head}}(\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION}) - (\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \leftarrow_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \leq 40}(\text{EMPLOYEES}))))))$

Head
210
231

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

45

Requêtes

5. Trouver les chefs dont tous les employés gagnent plus de 40 mille

- $\pi_{\text{Number, Name}}(\text{EMPLOYEES} \triangleright \leftarrow_{\text{Number=Head}}(\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION}) - (\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \leftarrow_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \leq 40}(\text{EMPLOYEES}))))))$

Head
210
231

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

Head
210
231
301
375

46

Requêtes

5. Trouver les chefs dont tous les employés gagnent plus de 40 mille

- $\pi_{\text{Number, Name}}(\text{EMPLOYEES} \triangleright \leftarrow_{\text{Number=Head}}(\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION}) - (\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \leftarrow_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \leq 40}(\text{EMPLOYEES}))))))$

Head
301
375

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

47

Requêtes

5. Trouver les chefs dont tous les employés gagnent plus de 40 mille

- $\pi_{\text{Number, Name}}(\text{EMPLOYEES} \triangleright \leftarrow_{\text{Number=Head}}(\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION}) - (\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \leftarrow_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \leq 40}(\text{EMPLOYEES}))))))$

Number	Name	Age	Salary	Head
301	Steve Smith	34	70	301
375	Mary Smith	50	65	375

B. Shishedjiev - Algèbre relationnelle

48

Requêtes

5. Trouver les chefs dont tous les employés gagnent plus de 40 mille

- $\pi_{\text{Number, Name}}(\text{EMPLOYEES} \triangleright \triangleleft_{\text{Number=Head}}(\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION}) - (\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION} \triangleright \triangleleft_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary} \leq 40}(\text{EMPLOYEES}))))))$

Number	Name
301	Steve Smith
375	Mary Smith

Optimisation des expressions

- $E(X), E_1(X_1), E_2(X_2)$ sont données
- $\pi_{AB}(\sigma_{A>B}(E)) \equiv \sigma_{A>B}(\pi_{AB}(E))$
- $\sigma_{F_1 \wedge F_2}(E) \equiv \sigma_{F_1}(\sigma_{F_2}(E))$
- $\pi_X(E) \equiv \pi_X(\pi_{XY}(E))$
- $\sigma_F(E_1 \triangleright \triangleleft E_2) \equiv E_1 \triangleright \triangleleft \sigma_F(E_2)$ ako $F \subseteq X_2$
- Ako $Y_2 \subset X_2$ u $Y_2 \supseteq X_1 \cap X_2$, mo
 - $\pi_{X_1}(E_1 \triangleright \triangleleft E_2) \equiv E_1 \triangleright \triangleleft \pi_{Y_2}(E_2)$
 - $\pi_{Y_1}(E_1 \triangleright \triangleleft_F E_2) \equiv \pi_{Y_1}(\pi_{Y_2}(E_1) \triangleright \triangleleft_F \pi_{Y_2}(E_2))$
- $\sigma_F(E_1 \triangleright \triangleleft E_2) \equiv E_1 \triangleright \triangleleft_F E_2$

Optimisation des expressions

Les numéros des chefs qui ont des subordonnés dont l'age esy au dessous 30.

$\pi_{\text{Head}}(\sigma_{\text{Number=Employee} \wedge \text{Age} < 30}(\text{EMPLOYEES} \triangleright \triangleleft \text{SUPERVISION}))$

$\pi_{\text{Head}}(\sigma_{\text{Number=Employee}}(\sigma_{\text{Age} < 30}(\text{EMPLOYEES} \triangleright \triangleleft \text{SUPERVISION})))$

$\pi_{\text{Head}}(\sigma_{\text{Age} < 30}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{Number=Employee}} \text{SUPERVISION})$

$\pi_{\text{Head}}(\pi_{\text{Number}}(\sigma_{\text{Age} < 30}(\text{EMPLOYEES})) \triangleright \triangleleft_{\text{Number=Employee}} \text{SUPERVISION})$