

Релационна алгебра

Богдан Шишеджиев -
Релационна алгебра

1

Алгебрични операции

• Означения

Ще означим с $A(X)$ множеството на всички възможни реализации на релационната схема X . L/Y е ограничението на реализацията L върху множеството от атрибути Y .

• Релационни операции

- сума $R+S$
- произведение или естествено съединение $R \times S$
- декартово произведение $R \otimes S$
- обединение $R \cup S$
- пресичане $R \cap S$
- допълнение $\neg R$
- разлика $R-S$
- Проекция $\pi_Y R$
- Деление $R \div S$
- Селекция $\sigma_E R$
- Съединение $R \bowtie_{X_1 \Theta Y_1} S$
- Външно съединение $R \ltimes_{X_1 \Theta Y_1} S$

Богдан Шишеджиев -
Релационна алгебра

2

Примерна база

$X = \{ \text{ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2} \}$

$Y = \{ \text{ЧАСТ:D1, ПРОЕКТ:D3} \}$

$Z = \{ \text{ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2, ПРОЕКТ:D3} \}$

$D1 = \{ \text{гайка, болт, винт} \}$

$D2 = \{ \text{петър, павел, maria} \}$

$D3 = \{ a, b, c \}$

R:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
гайка	павел
болт	maria

Сума

S:

ЧАСТ	ПРОЕКТ
гайка	a
гайка	b
болт	a

Произведение

Богдан Шишеджиев -
Релационна алгебра

3

Операция сума

(1) $Z = X \cup Y$

(2) $R+S = \{ L \in A(Z) \text{ такава, че } (L/X \in R) \text{ или } (L/Y \in S) \}$

R+S	ЧАСТ	ДОСТАВЧИК	ПРОЕКТ
	гайка	петър	a
	гайка	петър	b
	гайка	петър	c
	гайка	павел	a
	гайка	павел	b
	гайка	павел	c
	болт	maria	a
	болт	maria	b
	болт	maria	c
	болт	петър	a
	болт	павел	a
	гайка	maria	a
	гайка	maria	b

Примерна база

4

Операция произведение или естествено съединение

- (1) $Z = X \cup Y$
- (2) $R * S = \{ L \in A(Z) \text{ такава, че } (L/X \in R) \text{ и } (L/Y \in S) \}$

R*S	ЧАСТ	ДОСТАВЧИК	ПРОЕКТ
	гайка	петър	a
	гайка	петър	b
	гайка	павел	a
	гайка	павел	b
	болт	мария	a

Примерна база

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

5

Преименуване на атрибути

- $S(Y) = \rho_{b/a} R(X)$
- (1) $Y = X$ където атрибутът a е преименуван b
- (2) $S(Y) = R(X)$

S:	ЧАСТ	ПРОЕКТ
	гайка	a
	гайка	b
	болт	a

T = $\rho_{\text{пичаст}S}$:	ПИ	ПРОЕКТ
	гайка	a
	гайка	b
	болт	a

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

6

Операция декартово произведение

X и Y нямат общи атрибути

- (1) $Z = X \cup Y$
- (2) $R \otimes S = R * S$

R:	ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
	гайка	петър
	гайка	павел
	болт	мария

S:	ЧАСТ	ПРОЕКТ
	гайка	a
	гайка	b
	болт	a

T = $\rho_{\text{пичаст}S}$:	ПИ	ПРОЕКТ
	гайка	a
	гайка	b
	болт	a

R \otimes T	ЧАСТ	ДОСТ.	ПИ	ПРОЕКТ
	гайка	петър	гайка	a
	гайка	петър	гайка	b
	гайка	петър	болт	a
	гайка	павел	гайка	a
	гайка	павел	гайка	b
	гайка	павел	болт	a
	болт	мария	гайка	a
	болт	мария	гайка	b
	болт	мария	болт	a

Еквисъединение

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

7

Операция обединение

- (1) $Y = X$
- (2) $R \cup S = R + S = \{ L \in A(X) / L \in R \vee L \in S \}$

R:	ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
	гайка	петър
	гайка	павел
	болт	мария

R:	ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
	гайка	петър
	болт	павел
	болт	мария

R \cup S:	ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
	гайка	петър
	гайка	павел
	болт	павел
	болт	мария

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

8

Операции сечение и разлика

- (1) $Y = X$ – една и съща схема
 (2) $R \cap S = R * S = \{ L \in A(X) : (L \in R) \wedge (L \in S) \}$
 (3) $R - S = \{ L \in A(X) : (L \in R) \wedge (L \notin S) \}$

R:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
гайка	павел
болт	мария

S:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
болт	павел
болт	мария

$R \cap S$:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
болт	мария

$R - S$:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	павел

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

9

Операция допълнение

- (1) $Y = X$
 (2) $\neg R(X) = \{ L \in A(X) / L \notin R \}$

R:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
гайка	павел
болт	мария

$\neg R$:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
винт	петър
винт	павел
винт	мария
болт	петър
болт	павел
гайка	мария

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

10

Операция проекция

- (1) $Z = Y$
 (2) $\pi_Y R = \{ L \in A(Y) \text{ такава, че } \forall L' \in A(X), (L'/Y = L) \wedge (L' \in R) \}$
 Пример:
 $X = \{ \text{ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2, ПРОЕКТ:D3} \}$
 $Y = \{ \text{ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2} \}$

R:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК	ПРОЕКТ
гайка	петър	a
гайка	петър	b
болт	павел	a

$\pi_Y R$:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
болт	павел

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

11

Деление

- $Y \subseteq X$ и $S \neq \emptyset$
 (1) $Z = X - Y$
 (2) $R \div S = \{ L \in A(Z) \text{ такава, че } \forall L' \in A(X) \text{ ако } (L'/Z = L) \text{ и } (L'/Y \in S), \text{ то } L' \in R \}$
 или още
 $R \div S = R[Z] - ((S \otimes R[Z]) - R)[Z]$
 Пример:
 $X = \{ \text{ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2} \}$
 $Y = \{ \text{ДОСТАВЧИК:D2} \}$

R:

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
винт	петър
болт	павел
болт	мария
гайка	петър
винт	павел
болт	петър

S:

ЧАСТ
винт
болт

$R \div S$:

ДОСТАВЧИК
павел
петър

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

12

Операция селекция (ограничение, избор)

- 1) $Y = X$
 2) $\sigma_E R = \{ L \in A(X) \mid (L \in R) \text{ и } (E(L) = \text{true}) \}$

R	КЛАС	ИМЕ.	ГРАД	РАЖД	СПОРТ
	6	петър	софия	21.02.1995	футбол
	5	иван	варна	30.04.1996	баскетбол
	6	георги	правец	12.08.1995	футбол
	7	павел	пловдив	03.06.1994	тенис
	5	атанас	софия	05.12.1995	плуване

$E = (\text{ГРАД} = \text{'софия'}) \wedge (\text{РАЖД} \leq \text{'30.12.1995'}) \wedge ((\text{СПОРТ} = \text{'плуване'}) \vee (\text{СПОРТ} = \text{'футбол'}))$

$\sigma_E R$	КЛАС	ИМЕ.	ГРАД	РАЖД	СПОРТ
	6	петър	софия	21.02.1995	футбол
	5	атанас	софия	05.12.1995	плуване

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

13

Операция съединение

X и Y нямат общи атрибути

$\theta \in \{=, <, >, \leq, \geq, \neq\}$

(1) $Z = X \cup Y$

(2) $R \bowtie_{X1 \theta Y1} S = \{ L \in A(Z) \text{ така, че } L/X \in R \text{ et } L/Y \in S \text{ и } (X1 \theta Y1)(L) = \text{true} \}$
или още

$R \bowtie_{X1 \theta Y1} S = \sigma_{X1 \theta Y1} (R \otimes S)$

R :	A	B	C
	9	8	7
	6	5	4
	3	2	1

S :	D	E
	3	4
	5	6

$R \bowtie_{B \leq D} S :$	A	B	C	D	E
	3	2	1	3	4
	3	2	1	5	6
	6	5	4	5	6

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

14

Операция съединение

- Еквисъединение

$R \bowtie_{\text{ЧАСТ}=\text{ПИ}} S$	ЧАСТ	ДОСТ.	ПИ	ПРОЕКТ
	гайка	петър	гайка	a
	гайка	петър	гайка	b
	гайка	павел	гайка	a
	гайка	павел	гайка	b
	болт	мария	болт	a

Примерна база

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

15

Свойства на операциите

- Идемпотентност на сумата : $R + R = R$
- Идемпотентност на произведението : $R * R = R$
- Асоциативност на сумата: $R + (S + T) = (R + S) + T$
- Асоциативност на произведението: $R * (S * T) = (R * S) * T$
- Комутативност на сумата: $R + S = S + R$
- Комутативност на произведението: $R * S = S * R$
- Дистрибутивност на сумата по отношение на произведението:
 $R + (S * T) = (R + S) * (R + T)$
- Дистрибутивност на произведението по отношение на сумата:
 $R * (S + T) = (R * S) + (R * T)$

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

16

Пример за композиция

JET :	#JET	JETNAME	CAP	LOC
	100	airbus	300	nice
	101	airbus	300	paris
	102	carav	200	toulouse

PILOTE :	#PL	PLNOM	ADR
	1	serge	nice
	2	jean	paris
	3	claud	grenoble

FLY :	#FLY	#PL	#JET	DC	AC	DH	AH
	it100	1	100	nice	paris	7	8
	it101	2	100	paris	toulouse	11	12
	it102	1	101	paris	nice	12	13
	it103	3	102	grenoble	toulouse	9	11
	it104	3	101	toulouse	grenoble	17	18

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

17

Пример за композиция

$R1 = \pi_{\#JET, JETNAME} JET$ (проекция)
 $R2 = \pi_{\#JET, \#PL} FLY$ (проекция)
 $R3 = R1 * R2$ (произведение)
 $R4 = \pi_{JETHAME, \#PL} R3$ (проекция)
 $R5 = \pi_{JETHAME} JET$ (проекция)
 $R6 = R4 \div R5$ (деление)
 $R7 = \pi_{\#PL, PLNOME} PILOTE$ [#PL, PLNAME] (проекция)
 $R8 = R7 * R6$ (произведение)
 ОТГОВОР = $\pi_{PLNAME} R8$ [PLNAME] (проекция)

R1 :	#JET	JETNAME
	100	airbus
	101	airbus
	102	carav

R2 :	#PL	#JET
	1	100
	2	100
	1	101
	3	102
	3	101

R3 :	#JET	JETNAME	#PL
	100	airbus	1
	101	airbus	1
	100	airbus	2
	101	airbus	3
	102	carav	3

R4 :	JETHAME	#PL
	airbus	1
	airbus	2
	airbus	3
	carav	3

R5 :	JETHAME
	airbus
	carav

R6 :	#PL
	3

R7 :	#PL	PLNOME
	1	serge
	2	jean
	3	claud

R8 :	#PL	PLNOME
	3	claud

O :	PLNOME
	claud

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

18

Неопределени стойности

\wedge	TRUE	FALSE	INDEFINITE
TRUE	TRUE	FALSE	ω
FALSE	FALSE	FALSE	FALSE
ω	ω	FALSE	ω

\neg	TRUE	FALSE
TRUE	FALSE	TRUE
FALSE	TRUE	FALSE
ω	ω	ω

\vee	TRUE	FALSE	INDEFINITE
TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
FALSE	TRUE	FALSE	ω
ω	TRUE	ω	ω

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

19

Външно съединение

- $X \cap Y = \emptyset$
 (1) $Z = X \cup Y$
 (2) $R \bowtie_{X10Y1} S = T \cup ((R - \pi_X T) \otimes \Omega(Y))$ където $T = R \bowtie_{X10Y1} S$
 (3) $R \bowtie_{X10Y1} S = T \cup ((S - \pi_Y T) \otimes \Omega(X))$ където $T = R \bowtie_{X10Y1} S$
 (4) $R \bowtie_{X10Y1} S = R \bowtie_{X10Y1} S \cup R \bowtie_{X10Y1} S$

R:	ЧАСТ
	гайка
	болт
	винт

S:	ЧАСТ1	ДОСТАВЧИК
	гайка	павел
	болт	мария

$R \bowtie_{ЧАСТ=ЧАСТ1} S$:	ЧАСТ	ЧАСТ1	ДОСТАВЧИК
	гайка	гайка	павел
	болт	болт	мария
	винт	\emptyset	\emptyset

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

20

Изчисления върху домени

- Разширение
- Агрегиране – Sum, Count, Average, Max, Min

R	Article	Prix	quant
	Clou	8.00	200
	boulon	12.00	100
	ecrou	12.00	120

S= $\pi_{\text{Article,e}(\text{Prix} \times \text{quant})}$ as Total R	Article	Total
	Clou	1600.00
	boulon	1200.00
	ecrou	1440.00

Sum($\pi_{\text{Total}}(S)$)	Total
	4240.00

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

21

Примерна схема

*EMPLOYEES(*Number, Name, Age, Salary)
*SUPERVISION(*Head, Employee)

EMPLOYEES

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Bianchi	23	35
104	Luigi Neri	38	61
105	Nico Bini	44	38
210	Marco Celli	49	60
231	Siro Bisi	50	60
252	Nico Bini	44	70
301	Steve Smith	34	70
375	Mary Smith	50	65

SUPERVISION

Head	Employee
210	101
210	103
210	104
231	105
301	210
301	231
375	252

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

22

Заявки

- Да се намерят номерата, имената и възрастта на служителите със заплати над 40 хил.

$\pi_{\text{Number,Name,Age}}(\sigma_{\text{Salary} > 40}(\text{EMPLOYEES}))$

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Bianchi	23	35
104	Luigi Neri	38	61
210	Marco Celli	49	60
231	Siro Bisi	50	60
252	Nico Bini	44	70
301	Steve Smith	34	70
375	Mary Smith	50	65

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

23

Заявки

- Да се намерят началниците, които имат подчинени с големи заплати (над 40)

$\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION} \bowtie \leftarrow \text{Employee} = \text{Number}(\sigma_{\text{Salary} > 40}(\text{EMPLOYEES})))$

Number	Name	Age	Salary	Head	Head	Employee
101	Mary Smith	34	40	210	210	101
103	Mary Bianchi	23	35	210	210	103
104	Luigi Neri	38	61	210	210	104
210	Marco Celli	49	60	301	210	210
231	Siro Bisi	50	60	301	231	231
252	Nico Bini	44	70	375	301	252
301	Steve Smith	34	70		301	231
375	Mary Smith	50	65		375	252

Богдан Шишеджиев -
Реляционна алгебра

24

Заявки

- Да се намерят всички началници с техните имена и заплати (EMPLOYEES)

$$\pi_{\langle \text{Number}, \text{Name}, \text{Age}, \text{Salary} \rangle} (\sigma_{\langle \text{Number} = \text{Head} \rangle} (\text{SUPERVISION} \triangleright \langle \text{Employee} = \text{Number} \rangle (\text{EMPLOYEES})))$$

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Smith	34	40
104	Mary Smith	34	40
105	Mary Smith	34	40
210	Steve Smith	34	70
231	Steve Smith	34	70
252	Nico Bini	44	70

Заявки

- Да се намерят служителите, които печелят повече от собствените си началници

$$\pi_{\langle \text{Number}, \text{Name}, \text{Age}, \text{Salary} \rangle} (\sigma_{\langle \text{Salary} > \text{Salary}_H \rangle} (\text{SUPERVISION} \triangleright \langle \text{Employee} = \text{Number} \rangle (\text{EMPLOYEES})))$$

Number	Name	Age	Salary
104	Luigi Neri	38	65
104	Luigi Neri	38	61
252	Nico Bini	44	70
252	Nico Bini	44	38

Заявки

- Да се намерят началниците, всичките служители на които печелят повече от 40 хил.

$$\pi_{\langle \text{Number}, \text{Name}, \text{Age}, \text{Salary} \rangle} (\sigma_{\langle \text{Salary} > 40 \rangle} (\text{SUPERVISION} \triangleright \langle \text{Employee} = \text{Number} \rangle (\text{EMPLOYEES})))$$

Number	Name	Age	Salary
101	Mary Smith	34	40
103	Mary Smith	34	40
104	Mary Smith	34	40
105	Mary Smith	34	40
210	Steve Smith	34	70
231	Steve Smith	34	70
252	Nico Bini	44	70

Оптимизация на изразите

- Нека са дадени $E(X), E_1(X_1), E_2(X_2)$,
- $\pi_{AB} (\sigma_{A>B} (E)) \equiv \sigma_{A>B} (\pi_{AB} (E))$
- $\sigma_{F_1 \wedge F_2} (E) \equiv \sigma_{F_1} (\sigma_{F_2} (E))$
- $\pi_X (E) \equiv \pi_X (\pi_{XY} (E))$
- $\sigma_F (E_1 \bowtie E_2) \equiv E_1 \bowtie \sigma_F (E_2)$ ако $F \subset X_2$
- Ако $Y_2 \subset X_2$ и $Y_2 \supseteq X_1 \cap X_2$, то
 - $\pi_{X_1} (E_1 \bowtie E_2) \equiv E_1 \bowtie \pi_{Y_2} (E_2)$
 - $\pi_{Y_1} (E_1 \bowtie_F E_2) \equiv \pi_{Y_1} (\pi_{Y_2} (E_1) \bowtie_F \pi_{Y_2} (E_2))$
- $\sigma_F (E_1 \bowtie E_2) \equiv E_1 \bowtie_F E_2$

Оптимизация на изразите

Номерата на началниците на служители под 30 години

$\pi_{\text{Head}}(\sigma_{\text{Number=Employee}} \wedge \text{Age} < 30(\text{EMPLOYEES} \triangleright \triangleleft \text{SUPERVISION}))$

$\pi_{\text{Head}}(\sigma_{\text{Number=Employee}}(\sigma_{\text{Age} < 30}(\text{EMPLOYEES} \triangleright \triangleleft \text{SUPERVISION})))$

$\pi_{\text{Head}}(\sigma_{\text{Age} < 30}(\text{EMPLOYEES}) \triangleright \triangleleft_{\text{Number=Employee}} \text{SUPERVISION})$

$\pi_{\text{Head}}(\pi_{\text{Number}}(\sigma_{\text{Age} < 30}(\text{EMPLOYEES})) \triangleright \triangleleft_{\text{Number=Employee}} \text{SUPERVISION})$