Глава 4

Релационна алгебра

Означения

Ще означим с A(X) множеството на всички възможни реализации на релационната схема X. L/Y е ограничението на реализацията L върху множеството от атрибути Y.

Операция сума

Нека R(X) и S(Y) са две релации, чиито общи атрибути (с еднакви имена), ако има такива, са с еднакви домени. Сумата на R(X) и S(Y) е релацията (R+S)(Z) дефинирана от:

(1) $Z=X\cup Y$
(2) R+S = { $L\in A(Z)$ такава, че($L/X \in R$) **или** ($L/Y \in S$) }
Пример 3.5 :

Дадени са схемите:
X={ ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2 }
Y={ ЧАСТ:D1, ПРОЕКТ:D3 }
Z={ ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2, ПРОЕКТ:D3 }
където :
- D1 = { гайка, болт, винт}
- D2 = { петър, павел, мария }
- D3 = { a, b, c }

Нека са дадени следните релации R(X) и S(Y):

R :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
гайка	павел
болт	мария

S :

ЧАСТ	ПРОЕКТ
гайка	a
гайка	b
болт	a

Тогава сумата на R(X) и S(Y) е:

R+S :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК	ПРОЕКТ
гайка	петър	a
гайка	павел	a
болт	мария	a
гайка	петър	b
гайка	павел	b
болт	мария	b
гайка	петър	c
гайка	павел	c
болт	мария	c
болт	петър	a
болт	павел	a
гайка	мария	a
гайка	мария	b

Операция произведение или естествено съединение

Нека R(X) и S(Y) са две релации, чиито общи атрибути (с еднакви имена), ако има такива, са с еднакви домени. Естественото съединение е релацията (R*S)(Z) дефинирана от:

(1) $Z=X\cup Y$

(2) R*S = { $L\in A(Z)$ такава, че($L/X \in R$) **и** ($L/Y \in S$) }

Пример3.6 :

Нека R(X) и S(Yса релациите дефинирани в предишния пример:

R*S :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК	ПРОЕКТ
гайка	петър	a
гайка	петър	b
гайка	павел	a
гайка	павел	b
болт	мария	a

Операция декартово произведение

Нека R(X) и S(Y) са две релации, където X и Y нямат общи атрибути. Дегкартовото произведение на R(X) и S(Y) е релацията ($R\otimes S$)(Z) дефинирана от:

(1) $Z=X\cup Y$

(2) $R\otimes S$ = R*S

В случай, че схемите X и Y имат общи атрибути, винаги е възможно да постигне условието, като се преименоват атрибутите.

Пример 3.7 :

R :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
гайка	павел
болт	мария

T :

PI	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
гайка	павел
болт	мария

Релацията T е получена като ЧАСТ е преименована в PI в R

Нека S: е:

S :

ЧАСТ	ПРОЕКТ
гайка	a
гайка	b
болт	a

Тогава декартовото произведение на T и S: е

T⊗S :

PI	ДОСТАВЧИК	ЧАСТ	ПРОЕКТ
гайка	петър	гайка	a
гайка	павел	гайка	a
болт	мария	гайка	a
гайка	петър	гайка	b
гайка	павел	гайка	b
болт	мария	гайка	b
гайка	петър	болт	a
гайка	павел	болт	a
болт	мария	болт	a

Операция обединение

Нека R(X) и S(X) са две релации, дефинирани върху една и съща схема. Обединението на R(X) и S(X) е релацията (R∪S)(Y) дефинирана от:

(1) Y = X

(2) R∪S = R+S

Пример 3.8:

R :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
гайка	павел
болт	мария

S :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
болт	петър
болт	мария

R∪S :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
гайка	павел
болт	мария
болт	петър

Операция сечение

Нека R(X) и S(X) са две релации, дефинирани върху една и съща схема. Обединението на R(X) и S(X) е релацията (R∩S)(Y) дефинирана от:

(1) Y = X

(2) R∩S = R*S

Пример 3.9 :

R и S са релациите дефинирани в пример 3.8:

R∩S :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
болт	мария

Операция допълнение

Допълнение на една релация R(X) е релацията ¬R(Y) дефинирана от:

(1) Y = X

(2) $\neg R = \{L \in A(X) /\ L \notin R\}$

Пример 3.10 :

Нека е дадена схемата:

X={ ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2 }

където

- D1 = {гайка, болт, винт}
- D2 = {петър, павел, мария}

Нека релацията R(X) е дефинирана по следния начин:

R :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	петър
гайка	павел
болт	мария

¬R :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	мария
винт	петър
винт	павел
винт	мария
болт	петър
болт	павел

Операция разлика

Нека R(X) и S(X) са две релации, дефинирани върху една и съща схема. Разликата на R(X) и S(X) е релацията (R-S)(Y) дефинирана от:

(1) Y = X

(2) $R - S = \{ L \in A(X)$ такава, че$(L \in R)$ и $(L \notin S) \}$

или още

$R - S = R * \neg S$

Пример 3.11:

Soient R et S les relation définies dans exemple 3.8 :

S–R :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
болт	петър

Операция проекция

Нека X е една схема иY е част от X. Проекцията на една релация R(X) върху Y е релацията R[Y](Z) дефинирана от:

(1) Z = Y

(2) R[Y] ={$L \in A(Y)$ такава, че $\exists L' \in A(X)$, ($L'/Y = L$) и ($L' \in R$) }

<u>Пример </u>3.12:

R :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК	ПРОЕКТ
гайка	павел	a
гайка	павел	b
болт	петър	a

Нека Y={ ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2 }

R[Y] :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
гайка	павел
болт	петър

Операция анти-проекция

Нека X е една схема иY е част от X. Проекцията на една релация R(X) върху Y е релацията R]Y[(Z) дефинирана от:

(1) Z = Y

(2) R]Y[= { $L \in A(Y)$ такава, че $\forall L' \in A(X)$ ако $L'/Y = L$ тогава $L' \in R$ }

<u>Пример 3.13</u> :

Нека са дадени схемите:

X={ ЧАСТ:D1, ДОСТАВЧИК:D2 } et

Y={ ДОСТАВЧИК:D2 }

където

- D1 = { гайка, болт, винт}
- D2 = { петър, павел, мария }

Нека релацията R(X) е дефинирана по следния начин:

R :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
винт	петър
болт	павел
гайка	петър
винт	павел
болт	петър
болт	мария

R]Y[:

ДОСТАВЧИК
петър

Операция делене

Нека R(X) и S(X) са две релации, къдетоY е част от X и S ≠ ∅. Делението на R(X) от S(Y) е релацията (R÷S)(Z), дефинирана от:

(1) Z=X-Y

(2) $R \div S = \{L \in A(Z)$ такава, че $\forall L' \in A(X)$ ако $(L'/Z = L)$ и $(L'/Y \in S)$, то $L' \in R \}$

или още

$R \div S = R[Z] - ((S \otimes R[Z]) - R)[Z]$

Пример 3.14 :

R :

ЧАСТ	ДОСТАВЧИК
винт	петър
болт	павел
гайка	петър
винт	павел
болт	петър
болт	мария

S :

ЧАСТ
винт
болт

R÷S :

ДОСТАВЧИК
петър
павел

Операция селекция (ограничение, избор)

Условие за селекция (избор) избор е логически израз върху атрибутите на една схема X с помощта на следмите операции: ∧, ∨, ¬, =, >, <, ≥, ≤, ≠.

Селекция върху една релация R(X) според условието E е релацията (R:E)(Y) дефинирана от:

(1) Y =X

(2) $R{:}E = \{ L \in A(X) \,/\, (L \in R)$ и $(E(L) = true) \}$

Пример3.15:

R :

КЛАС	ИМЕ	ГРАД	РАЖД.	СПОРТ
6	pierre	marseille	11.10.79	judo
6	pierre	marseille	11.10.79	escrime
6	jacques	aubagne	05.03.78	natation
6	paul	marseille	06.07.79	football
5	luc	aubagne	01.04.77	football

E = (ГРАД ='marseille') ∧ (РАЖД ≤ '31.08.79')
∧ ((СПОРТ ='judo') ∨ (СПОРТ ='football'))

R:E :

CLASSE	NOM	VILLE	NAIS	SPORT
6	paul	marseille	06.07.79	football

Операция съединение

Нека са дадени две релации R(X) и S(Y), където X и Y нямат общи атрибути. Нека X1 е атрубут от X и Y1 е атрибут от Y, кат двата X и Y имат едини същ домен. Нека θ е опратор за сравнение (=, <, >, $\leq$, $\geq$, $\neq$). Съединението на R(X) и S(Y) по условието X1 θ Y 1 е релацията (R (X1 θ Y1) S)(Z) дефинирана от:

(1) $Z=X\cup Y$

(2) R (X1 θ Y1) S = { $L\in A(Z)$ tq $L/X \in R$ et $L/Y \in S$ и (X1 θ Y1)(L) = true }

или още

R (X1 θ Y1) S = ($R\otimes S$):(X1 θ Y1)

Пример 3.16:

R :

A	B	C
9	8	7
6	5	4
3	2	1

S :

D	E
3	4
5	6

R (B≤D) S :

A	B	C	D	E
3	2	1	3	4
3	2	1	5	6
6	5	4	5	6

Свойства на операциите

Идемпотентност на сумата : R+R = R

Идемпотентност на произведението : R*R = R

Асоциативност на сумата: R+(S+T) = (R+S)+T

Асоциативност на произведението: R*(S*T) = (R*S)*T

Комутативност на сумата: R+S = S+R

Комутативност на произведението: R*S = S*R

Дистрибутивност на сумата по отношение на произведението:

R+(S*T) = (R+S)*(R+T)

Дистрибутивност на произведението по отношение на сумата:

R*(S+T) = (R*S)+(R*T)

Връзка между допълнението сумата и произведението:

$\neg$(R+S) = $\neg$R*$\neg$S

$\neg$(R*S) = $\neg$R+$\neg$S

Пример за композиция (3.17)

JET :

#JET	JETNAME	CAP	LOC
100	airbus	300	nice
101	airbus	300	paris
102	carav	200	toulouse

ю

PILOT :

#PL	PLNOM	ADR
1	serge	nice
2	jean	paris
3	claude	grenoble

FLY :

#FLY	#PL	#JET	DC	AC	DH	AR
it100	1	100	nice	paris	7	8
it101	2	100	paris	toulouse	11	12
it102	1	101	paris	nice	12	13
it103	3	102	grenoble	toulouse	9	11
it104	3	101	toulouse	grenoble	17	18

Кои са имената на пилотите, които летят със всички типове самолети?

R1 = JET [#JET, JETNAME](проекция)

R2 = FLY [#JET, #PL] (проекция)

R3 = R1 * R2 (произведение)

R4 = R3 [JETNAME, #PL] (проекция)

R5 = JET [JETNAME] (проекция)

R6 = R4 ÷ R5 (деление)

R7 = PILOTE [#PL, PLNAME] (проекция)

R8 = R7 * R6 (произведение)

ОТГОВОР = R8 [PLNAME] (проекция)

Неопределени стойности

В някои кортежи може да съществува стойности на атрибутите, които са неопределени (било неизвестни, било несъществуващи), които се означават с **ω**. Този тип кортежи се наричат *частични кортежи* и релациите, съсдържащи такива кортежи – *частични релации*. Ще означим с Ω(X) релация, съдържаща единствен кортеж, всичките атрибути на когото имат стойност ω.

Стойността ω има поведение на всяка друга стойност във всицхки релационни операции освен в логическите изрази: резултатът на всяко сравнение, в което един от опернадите е ω, е ω. Резултатите от логическите операции е показан по-долу.

∧	TRUE	FALSE	НЕОПР.
TRUE	TRUE	FALSE	НЕОПР.
FALSE	FALSE	FALSE	FALSE
НЕОПР.	НЕОПР.	FALSE	НЕОПР.

∨	TRUE	FALSE	НЕОПР.
TRUE	TRUE	TRUE	TRUE
FALSE	TRUE	FALSE	НЕОПР.
НЕОПР.	TRUE	НЕОПР.	НЕОПР.

¬	
TRUE	FALSE
FALSE	TRUE
НЕОПР.	НЕОПР.

Могат да се дефинират нови релационни операции:

Външно съединение

Нека са дадени две релации R(X) и S(Y), където X и Y нямат общи атрибути. Нека X1 е атрубут от X и Y1 е атрибут от Y, кат двата X и Y имат едини същ домен. Нека θ е опратор за сравнение (=, <, >, ≤, ≥, ≠).

Съединението на R(X) и S(Y) по условието X1 θ Y1 е релацията (R pX1 θ Y1p S)(Z), дефинирана от:

(1) $Z=X\cup Y$

(2) $R\ pX1\theta Y1p\ S = T \cup ((R - T[X]) \otimes \Omega(Y))$

където $T = R(X1\theta Y1)S$

Пример 3.18:

R :

ЧАСТ: D1
гайка
болт
винт

S :

ЧАСТ_ F:D1	ДОСТ: D2
гайка	мария
болт	павел

R p ЧАСТ = ЧАСТ _F p S :

ЧАСТ: D1	ЧАСТ _F:D1	ДОСТ :D2
гайка	гайка	мария
болт	болт	павел
винт	ω	ω

Външни обединение, сечение и разлика :

Нека са дадени две релации R(X) и S(Y) и Z е общата подсхема на X и Y (т.е. $Z\in X$ и $Z\in Y$ и $(X-Z)\cap(Y-Z)=\emptyset$).

Външното обединение R(X) et de S(Y) е релацията (RuS)(W) дефинирана от:

(1) $W = X\cup Y$

(2) $RuS = (R\otimes\Omega(Y-Z))\cup(S\otimes\Omega(X-Z))$

Външното сечение R(X) et de S(Y) е релацията (RiS)(W) дефинирана от:

(1) $W = X\cup Y$

(2) $RiS = (R\otimes\Omega(Y-Z)) \cap (S\otimes\Omega(X-Z))$

Външната разлика R(X) et de S(Y) е релацията (RgS)(W) дефинирана от:

(1) $W = X\cup Y$

(2) $RgS = (R\otimes\Omega(Y-Z))-(S\otimes\Omega(X-Z))$